# משפט

יהי V מרחב וקטורי ו תתי מרחב אזי גם תת מרחב בV

## הוכחה

סגור ביחס לחיבור וכפל בסקלר: => => בגלל ש תת מרחב. חיתוך אף פעם לא יהיה ריק(מקסימום שניהם ישאפו לאפס)

## דוגמה

יהי ו מרחב פתרונות למ. הומוגנית , מרחב פתרונות למ. הומוגנית , אזי מרחב הפתרונות של האיחוד.

## דוגמה

, , אזי איננו תת מרחב(כי איננו סגור ביחס לחיבור)

# תרגיל

יהיו V מרחב וקטורי תתי מרחב אזי תת מרחב אם ורק אם או

# הגדרה(סכום של תתי מרחב)

יהיו V מ"ו ו תתי מרחב, ונגדיר סכום של ע"י

# משפט

תת מרחב(צריך לבדוק רק סגירות על פעולה V)

## הוכחה

סגירות ביחס לחיבור:

ו => ו כך ש ו =<

# תרגיל

אותו דבר בכפל ביחס לכפל בסקלר

# דוגמה

, \ => שכן

## הערה

אפשר להגדיר גם סכום של כמה תתי מרחב אם תתי מרחב אזי

# הגדרה

יהיו V מ"ו ו תתי מרחב, אזי v סכום ישר אם:

## סימון

# משפט

אם ורק אם לכל קיימת הצגה יחידה כאשר

# תרגיל

תמיד מתקיים כקבוצות

## הוכחה

לפי 1,2 קיימת הצגה יחידה 1 => לכל קיימים כך ש

*.....*

## הערה

יהיו מרחבים וקטורים מעל . נתבונן בקבוצה

אזי:

1. מרחב וקטורי:
2. תתי מרחב ב

צירוף לינארי ותלות לינארית

# הגדרה

יהי V מ"ו מעל , ווקטור נקרא צ"ל של ווקטורים אם קיימים סקלרים כך ש

# הגדרה

יהיו מ"ו מעל ו תת קבוצה. נגדיר:

*תת קבוצות*

# הערה

1. גם אם S אינסופית הצירופים הלינארים ב הם סופיים.  
   דוגמה: ,
2. אם אזי מגדירים
3. תמיד (למעט קבוצה ששונה מ)

נקראת המרחב הנפרש ע"י S

# משפט

תת מרחב

## הוכחה

סגור ביחס לחיבור וכפל בסקלר:

*צ"ל של ווקטורים מS*

## דוגמאות

1. תהי A מטריצה ו צורה מדורגת שלה. אזי כל שורה של A היא צירוף לינארי של שורות מאפס של (וגם להפך)
2. כל פתרון של מערכת הומוגנית הוא צירוף לינארי של פתרונות פונדמנטלים
3. למערכת אי הומוגנית קיים פתרון ⬄ וקטור הוא צירוף לינארי של העמודות